Laboratorio di Informatica T

Vettori e Matrici in Matlab

Il Perché del "Mat" in Matlab

È ora di fare una precisazione:

- I valori reali, complessi e logici non sono tipi base in Matlab...
- ...Perché il vero tipo base sono le matrici di reali, complessi, logici!

Per Matlab, l'espressione:

```
10
```

- Non denota veramente uno scalare...
- ...Ma implicitamente una matrice 1x1
- Lo stesso vale per i valori complessi e logici

Del resto, Matlab sta per "MATrix LABoratory"!

Matrici in Matlab

Per denotare un matrice si usa la sintassi:

```
[<dato a>, <dato b>, ...; <dato c>, <dato d>, ...; ...]
```

- La "`,`" è un separatore di colonna
- Il "`;`" è un separatore di riga

La semantica corrispondente è:

$$\begin{pmatrix} a & b & \dots \\ c & d & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Matrici in Matlab

Per esempio, digitando nel prompt dei comandi:

```
[1, 5; 3, 9]
```

Matlab risponde con:

```
ans =
     1     5
     3     9
```

- La matrice viene visualizzata formattata per righe e colonne…
- …almeno finché lo schermo è grande abbastanza

Matrici e Vettori

Un vettore è semplicemente una matrice 1xn o nx1:

```
[1, 2, 3, 4]    % un vettore riga
[1; 2; 3; 4]    % un vettore colonna
```

- Notate l'uso di due separatori diversi
- Un vettore riga ha tante colonne (ed una riga sola)
- Un vettore colonna ha tante righe (ed una colonna sola)

Per i vettori riga si può anche usare:

```
[1 2 3 4]
```

- La notazione però è sconsigliata (fa' confusione)

Vettori, Matrici ed Espressioni Composte

La definizione di un vettore/matrice è una espressione composta

Quando scrivete...

```
[1+1, 3/4, 4*4]
```

...e battete "invio", Matlab lo interpreta come:

```
[<exp1>, <exp2>, <exp3>]
```

- Le espressioni "`<exp1>`", "`<exp2>`", "`<exp3>`" vengono valutate...
- ...E restituiscono i valori `2`, `0.75` e `16`
- A questo punto viene costruito il vettore `[2, 0.75, 16]`

Dimensioni di Vettori e Matrici

Si può ottenere il numero di elementi in un vettore con:

```
length(<expr>)    % <expr> deve denotare un vettore
```

Per esempio:

```
length([1, 2, 3]) % Risp: ans = 3
length(10)        % Risp: ans = 1
```

- Ricordate che gli scalari sono matrici (e quindi anche vettori)!

Attenzione:

- Evitate di usare la funzione **`length`** con le matrici
- Non causa errori, ma il comportamento è un po' strano

Dimensioni di Vettori e Matrici

Per ottenere le dimensioni di una matrice potete usare:

```
size(A)
```

La funzione **`size`** resituisce un vettore, con il numero di righe e colonne:

```
A = [1, 2, 3; 4, 5, 6]     % Corrisponde a [1, 2, 3;
                           %                4, 5, 6]
B = [1, 2, 3, 4]
C = 10

size(A)  % Risp: ans = [2, 3]
size(B)  % Risp: ans = [1, 4]
size(C)  % Risp: ans = [1, 1]
```

- Ricordati che gli scalari ed i vettori sono matrici!

Laboratorio di Informatica T

Vettori/Matrici ed Operatori

Matrici/Vettori ed Operatori

Una considerazione interessante:

- Se Matlab utilizza come tipo base le matrici…
- …Gli operatori aritmetici ("+", "*", etc.) cosa fanno veramente?

Gli operatori aritmetici in Matlab sono operatori matriciali:

- "+" calcola la somma di due matrici
- "–" calcola la differenza di due matrici
- "*" calcola il prodotto matriciale (riga per colonna)
- "/" e "^" meritano qualche parola in più

Ma prima, vediamo qualche esempio…

Matrici/Vettori ed Operatori

```
A = [1, 2; 3, 4]   % [1, 2;
                   %  3, 4]
B = [4, 3; 2, 1]   % [4, 3;
                   %  2, 1]
C = [2; 4]         % vettore colonna
```

Qualche esempio di applicazione di "+", "-", "*":

```
A + B % Risp: ans = [5, 5;
      %              5, 5]
A - B % Risp: ans = [-3, -1;
      %               1,  3]
A * B % Risp: ans = [ 8,  5;
      %              20, 13]
A * C % Risp: ans = [10;
      %              22]
```

Matrici/Vettori ed Operatori

L'operatore "`/`" corrisponde alla divisione destra:

- L'espressione `B / A` corrisponde a BA^{-1}
- Ossia `B`, moltiplicata per l'inversa di `A`

L'operatore "`\`" corrisponde alla divisione sinistra:

- L'espressione `A \ B` corrisponde a $A^{-1}B$
- Ossia l'inversa di `A`, moltiplicata per `B`

L'operatore "`^`" corrisponde all'esponenziale di matrice:

- Non credo che lo abbiate mai incontrato...
- ...E non credo che lo incontrerete (almeno per quest'anno)

Matrici/Vettori ed Operatori

Quando uno dei termini è uno scalare:

- L'operatore * si comporta come in matematica:
- Gli operatori "/" e "\" anche (ma non vale la proprietà commutativa)

```
A = [1, 2; 3, 4]    % Equivale a: [1, 2;
                    %              3, 4]
A * 2               % Denota: [2, 4;
                    %           6, 8]
2 * A               % Denota: [2, 4;
                    %           6, 8]
A / 2               % Denota: [0.5, 1;
                    %           1.5, 4]
2 \ A               % Denota: [0.5, 1;
                    %           1.5, 4]
```

Matrici/Vettori ed Operatori di Confronto

Cosa succede per gli operatori di confronto?

- Operano elemento per elemento
- Conseguenza: le due matrici devono avere la stessa dimensione

```
A = [1, 2; 3, 4]    % Equivale a: [1, 2;
                    %             3, 4]
B = [1, 3; 2, 4]    % Equivale a: [1, 3;
                    %             2, 4]

A == B              % Denota: [1, 0;
                    %           0, 1]
A <= B              % Denota: [1, 1;
                    %           0, 1]
```

Matrici/Vettori e Chiamate a Funzione

E per quanto riguarda le funzioni?

- La maggior parte delle funzioni predefinite...
- ...Opera sulle matrici elemento per elemento

```
A = [1, 2; 3, 4]    % Equivale a: [1, 2;
                    %              3, 4]
exp(A)              % Denota: [ 2.7183,  7.3891;
                    %           20.0855, 54.5982]
sin(A)              % Denota: [0.8415,  0.9093
                    %           0.1411, -0.7568]
```

- **Attenzione:** non vale in tutti i casi!
- Nel dubbio, consultate la documentazione con **`help`** o **`doc`**

Operatori Aritmetici Elemento per Elemento

Un problema che capita spesso:

- Date due matrici `A` e `B` (o due vettori)...
- ...possiamo (e.g.) moltiplicarne gli elementi uno ad uno?

Sì, possiamo usare gli operatori aritmetici "elemento per elemento":

```
A .* B    % Moltiplica gli elementi uno ad uno
A ./ B    % Divide gli elementi uno ad uno
A.^b      % b scalare, eleva a potenza gli elementi
```

- Si chiamano come le loro controparti (i.e. "`*`", "`/`", "`^`")...
- ...Ma con un "punto" davanti (i.e. "`.*`", "`./`", "`.^`")

Vedrete che li useremo molto spesso

Operatore di Trasposizione

Su matrici/vettori si può applicare l'operatore di trasposizione

```
A = [1, 2; 3, 4]    % Equivale a: [1, 2;
                    %              3, 4]

A.'                 % Denota: [1, 3;
                    %           2, 4]
```

Attenzione:

- L'operatore di trasposizione è "`.'`" (con il punto)...
- Perché "`'`" calcola il complesso coniugato...
- ...Ossia la matrice trasposta, in cui le parti immaginarie sono negate

Nel caso di matrici di numeri reali, i due coincidono

Laboratorio di Informatica T

Costruzione di Matrici/Vettori

Costruzione Rapida di Matrici e Vettori

Funzioni per Costruire Matrici Notevoli:

- Alcuni tipi di matrice/vettore sono di uso comune...
- ...E Matlab permette di costruirle velocemente

Vediamo qualche esempio rilevante:

```
zeros(N)        % Matrice di zeri, NxN
zeros(M, N)     % Matrice di zeri MxN
ones(N)         % Matrice di uni, NxN
ones(M, N)      % Matrice di uni MxN
eye(N)          % Matrice identità, NxN
eye(M, N)       % Matrice identità estesa, MxN
diag(V)         % Matrice con il vettore V per diagonale
```

Vettori e Range

Un range costruisce un vettore di elementi consecutivi

La sintassi è:

```
<primo>:<ultimo> % Notazione 1
<primo>:<incremento>:<ultimo> % Notazione 2
```

Qualche esempio:

- `1:6` equivale a: `[1, 2, 3, 4, 5, 6]`
- `1:2:6` equivale a: `[1, 3, 5]`
- `1:2.5:6` equivale a: `[1, 3.5, 6]`

La costruzione procede finché non si supera il valore `<ultimo>`

Funzione `linspace`

Una alternativa ai range è la funzione `linspace`

Eseguendo la chiamata a funzione:

```
linspace(<primo>, <ultimo>, <numero>)
```

Viene costruito un vettore tale che:

- Il primo elemento è il risultato di **`<primo>`**
- L'ultimo elemento è il risultato di **`<ultimo>`**
- Il vettore contiene **`<numero>`** elementi equispaziati

Per esempio:

```
linspace(0, 1, 5) % Denota [0, 0.25, 0.5, 0.75. 1]
```

Funzione `linspace`

Il numero di elementi in `linspace` può essere omesso:

```
linspace(<primo>, <ultimo>)
```

- In questo caso, il vettore conterrà 100 elementi
- Il parametro **`<numero>`** ha 100 come valore di default

Tipicamente:

- Si usa **`linspace`** quando va bene avere anche numeri reali
- Si usano i range per costruire vettori di numeri interi
- Vedremo un utilizzo importante per i vettori di interi tra poco

Concatenazione di Vettori/Matrici

Si può costruire una matrice o un vettore per concatenazione:

Basta utilizzarli nella notazione per costruire un nuovo vettore/matrice:

```
A = [1, 2]
B = [3, 4]

[A, B]      % Denota [1, 2, 3, 4]
[A; B]      % Denota [1, 2;
            %         3, 4]
[A', B']    % Denota [1, 3;
            %         2, 4]
```

- Utilizzando "`,`" si concatena per riga
- Utilizzando "`;`" si concatena per colonna

Laboratorio di Informatica T

Accesso a Matrici/Vettori

Accesso Mediante Indici

Spesso, è utile accedere ad un elemento specifico di un vettore

Ogni elemento di un vettore è associato ad un indice (un intero):

- Il primo indice è sempre `1`
- L'ultimo indice è uguale al numero di elementi

La notazione:

```
<vettore>(<indice>)
```

Restituisce l'elemento di **`<vettore>`** in posizione **`<indice>`**

Accesso Mediante Indici

Lo stesso metodo vale per le matrici

In questo caso però si usa un indice doppio:

```
<matrice>(<indice riga>, <indice colonna>)
```

Vediamo qualche esempio:

```
A = [2, 4; 6, 8]   % Corrisponde a [2, 4;
                   %                  6, 8]
B = [2, 4, 6]

B(2)               % Denota 4
A(1,1)             % Denota 2
A(2,1)             % Denota 6
```

Indicizzazione "Lineare" di Matrici

È possibile accedere ad una matrice con un indice unico

In questo caso, gli elementi si considerano numerati per colonna, e.g.:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Così, per esempio:

```
A = [2, 4; 6, 8]  % Corrisponde a [2, 4;
                  %                 6, 8]
A(1)     % Denota 2
A(3)     % Denota 4
```

Accesso Mediante Indici

Qualche regola sugli indici:

- Devono essere sempre numeri interi
- Devono essere >= 1
- Devono essere <= della lunghezza del vettore/riga/colonna

Per accedere all'ultimo elemento ci sono due modi:

- Usare la lunghezza:

```
V(length(V))
```

- Usare l'indice speciale **`end`**

```
V(end)
```

Laboratorio di Informatica T

Indicizzazione Avanzata
di Vettori e Matrici

Indicizzazione Mediante Vettori di Indici

Possiamo accedere ad un sotto-vettore con un vettore di indici:

La sintassi è:

```
<vettore>(<vettore di indici>)
```

Per esempio:

```
V = [2, 4, 6, 8]
V([2, 3]) % denota [4, 6]
```

- Il risultato è un nuovo vettore
- Contiene gli elementi di `V`, agli indici `2` e `3`

È un metodo particolarmente efficace se si usano i range

Vettori di Indici: Esempi

Supponiamo di voler sommare le celle adiacenti di:

```
a = [1, 2, 3, 4, 5]
```

Vettori di Indici: Esempi

Supponiamo di voler sommare le celle adiacenti di:

```
a = [1, 2, 3, 4, 5]
```

Possiamo usare:

```
a(1:end-1) + a(2:end) % Notate l'uso di "end"
```

- `a(1:end-1)` denota `[1, 2, 3, 4]`
- `a(2:end)` denota `[2, 3, 4, 5]`

Il risultato è:

```
[3, 5, 7, 9] % [1, 2, 3, 4] + [2, 3, 4, 5]
```

Vettori di Indici: Esempi

Oppure, supponiamo di voler sommare le celle pari e dispari:

```
a = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
```

Vettori di Indici: Esempi

Oppure, supponiamo di voler sommare le celle pari e dispari:

```
a = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
```

Possiamo usare:

```
a(1:2:end) + a(2:2:end)
```

- `a(1:2:end)` denota `[1, 3, 5]`
- `a(2:2:end)` denota `[2, 4, 6]`

Il risultato è:

```
[3, 7, 11]
```

Vettori di Indici e Matrici

Con le matrici possiamo usare due vettori di indici

La sintassi è:

```
<matrice>(<indici righe>, <indici colonne>)
```

In questo modo viene selezionata una sotto-matrice:

```
A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]  % [1, 2, 3;
                                  %  4, 5, 6;
                                  %  7, 8, 9]
A(2:3, 1:2)  % Ultime due righe, prime due colonne
             % Denota [4, 5;
             %          7, 8]
```

Vettori di Indici e Matrici

Uno dei due indici può essere non specificato, con ":"

Per esempio, data:

```
A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]  % [1, 2, 3;
                                  %  4, 5, 6;
                                  %  7, 8, 9]
```

Possiamo selezionare le prime due righe:

```
A(1:2, :)
```

O la seconda colonna:

```
A(:, 2)
```

Indicizzazione Mediante Valori Logici

Infine, possiamo indicizzare mediante valori logici:

```
<vettore/matrice A>(<vettore/matrice B>)
```

- Restituisce come sotto-vettore/sotto-matrice...
- ...Gli elementi di `A` in corrispondenza dei quali `B` contiene `true`

I due vettori/matrici devono avere la stessa dimensione

```
A = [1, 2; 3, 4]  % [1, 2;
                  %  3, 4]
A([true, true; false, false]) % Denota [1, 2]
```

- Funziona solo se il vettore/matrice `B` contiene valori logici

Indicizzazione Mediante Valori Logici

Vediamo un utilizzo tipico:

```
V = [2, 6, 4, 7]
B = (V < 5)    % Denota [true, false, true, false]
V(B)           % Denota [2, 4]
```

- In questo modo otteniamo gli elementi di `V` minori di `5`

Si può anche evitare di usare la variabile `B`

```
V(V <5)
```

- Come al solito, prima viene valutato `V < 5`...
- ...E poi viene effettuata l'indicizzazione

Laboratorio di Informatica T

Vettori, Matrici ed Assegnamento

Assegnamento di Elementi

Gli elementi di un vettore/matrice sono assimilabili a variabili

- Quindi il loro valore può essere modificato!
- Si usa l'operatore di assegnamento =

```
A = [1, 2; 3, 4]    % [1, 2;
                    %  3, 4]
A(1,2) = 9     % Risp: [1, 9;
               %         3, 4]
```

Funziona con tutte le modalità di indicizzazione:

```
A(:,1) = 7   % Risp: [7, 9;
             %         7, 4]
```

- In questo casso, il valore viene inserito in tutti gli elementi indicizzati

Assegnamento di Vettori/Matrici

È possibile assegnare in un solo colpo un sotto-vettore/matrice:

```
A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]   % [1, 2, 3;
                                   %  4, 5, 6;
                                   %  7, 8, 9]

A(2:end, 2:end) = [1, 0; 0, 1]    % Risp. [1, 2, 3;
                                   %         4, 1, 0,
                                   %         7, 0, 1]
```

- È bene che gli elementi a sx e dx dell'operatore "="...
- ...abbiamo la stessa dimensione...
- In caso contrario, Matlab cerca di adattarle
- È un comportamento voluto e si chiama broadcasting

Broadcasting

Il broadcasting è un meccanismo che:

- Con alcuni operatori (e.g. assegnamento e "`.*`")...
- ...Permette a Matlab di modificare le dimensioni di matrici...
- ...Che risulterebbero altrimenti incompatibili

Per esempio:

```
[1; 2] .* [1, 3] % colonna per riga
```

Viene espanso come (replica di righe/colonne):

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} .* \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Broadcasting

Il broadcasting è un meccanismo che:

- Con alcuni operatori (e.g. assegnamento e "`.*`")...
- ...Permette a Matlab di modificare le dimensioni di matrici...
- ...Che risulterebbero altrimenti incompatibili

Il broadcasting richiede esperienza per essere utilizzato

- Noi non lo useremo mai (o quasi)
- Però è bene sapere che esiste!
- Infatti potreste innescarlo accidentalmente...
- ...Semplicemente usando matrici/vettore con dimensioni "sbagliate"

Assegnamento ed Estensione

È possibile assegnare elementi "oltre la fine" di un vettore

Supponiamo di avere:

```
V = [1,2,3,5,6,7]
```

Se assegniamo ad un indice `< 1`, otteniamo un errore:

```
V(0) = 2 % errore
```

Ma se usiamo un indice `> length(x)`, invece:

```
V(9) = 1 % Otteniamo x = [1,2,3,5,6,7,0,0,1]
```

- Il vettore viene espanso, riempiendo con `0` le celle intermedie

Assegnamento e Vettore/Matrice Vuoto

Il simbolo `[]` denota un vettore/matrice vuoto

Possiamo definire un vettore vuoto:

```
V = [] % V è vuoto, length(x) è 0
```

Possiamo estendere un vettore vuoto:

```
V(3) = 10 % otteniamo V = [0, 0, 10]
```

Possiamo cancellare un elemento assegnandovi `[]`:

```
x(2) = [] % otteniamo x = [0, 10]
```

L'estensione e `[]` consentono di manipolare la lunghezza

Laboratorio di Informatica T

Grafici Cartesiani con Matlab

Grafici Con Matlab

Matlab permette anche di disegnare facilmente dei grafici

La prima cosa da fare è costruire una nuova "figura":

```
figure()
```

- La funzione **`figure`** apre una nuova finestra...
- ...In cui verrà inserito il disegno

In molti casi, questo passaggio può essere saltato

- Se non è stata ancora costruita una figura...
- ...Molte funzioni di disegno se ne accorgono...
- ...E chiamano **`figure`** automaticamente

Grafici Con Matlab

Supponiamo di volere costruire un grafico cartesiano

Per prima cosa dobbiamo costruire il vettore delle x

Possiamo usare `linspace`:

```
x = linspace(-2*pi, 2*pi, 200)
```

- Provandolo, noterete che il vettore restituito contiene molti elementi
- Il fatto che venga visualizzato in automatico è scomodo

La visualizzazione può essere disabilitata aggiungendo un ";"

Quindi basta scrivere:

```
x = linspace(-2*pi, 2*pi, 200);
```

Plotting

Ora otteniamo il vettore con i valori per l'asse delle y

Calcoliamo per esempio la funzione "seno"

- Basta applicarla al vettore **`x`**...
- ...Perché **`sin`** opera elemento per elemento

```
y = sin(x);
```

In questo modo otteniamo:

- I valori della funzione **`sin`**...
- ...Corrispondenti agli elementi del vettore **`x`**

Plotting

A questo punto possiamo disegnare il grafico

Si utilizza la funzione **`plot`**

```
plot(x, y)
```

Avremmo anche potuto scrivere direttamente:

```
plot(x, sin(x)) % senza usare una variabile per y
```

Si può anche specificare un colore:

```
plot(x, sin(x), 'b') % b = blue
```

- Guardate la documentazione di **`plot`** per altri dettagli!

Plotting

Si può aggingere una griglia con:

```
grid()
```

Per disegnare più curve sovrapposte:

```
figure()                % Nuova figura
plot(x, sin(x), 'b')    % Prima curva, in blu
hold on                 % Attiva la modalità "hold"
plot(x, cos(x), 'g')    % Seconda curva, in verde
hold off                % Disattiva la modalità "hold"
```

- Senza la modalità **`hold`** ogni plot rimpiazza il precedente

Laboratorio di Informatica T

Un Po' di Esercizi

Inserimento di Vettori Matrici

Provate ad assegnare alla varibile `v` il vettore:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Provate ad assegnare alla varibile `A` la matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 9 & 11 & 13 & 15 \\ 17 & 19 & 21 & 23 \\ 25 & 27 & 29 & 31 \end{pmatrix}$$

- **Nota:** Se battete [INVIO] mentre avete delle parentesi aperte...
- ...Matlab non esegue il comando, ma va a capo

È utile per scrivere espressioni lunghe

Accesso a Sotto-Vettori

Provate ad accedere ai seguenti sotto-vettori di `v`:

$$(2 \quad 4 \quad 6 \quad 8)$$

- Il vettore $(2, 8)$ con il primo e l'ultimo elemento
- Il vettore $(4, 6)$ con i due elementi in mezzo
- Il vettore $(2, 6)$ con gli elementi ad indici dispari
- Il vettore $(4, 8)$ con gli elementi ad indici pari
- Il vettore con gli elementi minori del valore `5`
- Il vettore $(8 \quad 6 \quad 4 \quad 2)$ con gli elementi in ordine inverso

Accesso a Sotto-Matrici

Provate ad accedere alle seguenti sotto-matrici di `A`:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 9 & 11 & 13 & 15 \\ 17 & 19 & 21 & 23 \\ 25 & 27 & 29 & 31 \end{pmatrix}$$

- La seconda colonna
- La seconda riga
- La matrice con gli elementi al centro: `[11, 13; 19, 21]`
- La matrice corrispndente ad `A`, senza la seconda riga e colonna

Costruzione di Vettori e Matrici

Costruite, senza immettere direttamente i valori:

- Il vettore $(1, 2, 3, 4, 5)$
- Il vettore $(1, 4, 7, 10, 13)$
- Il vettore $(1, 2, 3, 11, 12, 13)$
- La matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Assegnamento di Matrici e Vettori

Costruite, senza immettere i valori uno per uno:

- Una matrice `C` identica `A`, ma avente `V` come prima riga
- Un vettore `Z` che contenga $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$
- Il vettore `Z` modificato in modo che contenga $(0, 1, 0, 1, 0, 1)$
- Una matrice `T` così fatta:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Valutazione di Espressioni Vettoriali

Valutate le seguenti espressioni, per $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

- $2x^2 - 3x + 1$
- $x\left(\frac{1}{x} + 1\right)$
- $\frac{1}{1+e^{-x}}$
- $\sqrt{1+x} - \log(1+x)$

Procedete in questo modo:

- Prima costuite un vettore con i valori di x
- Poi valutate le espressioni utilizzando gli operatori punto a punto

```
x = 0:3
x.^2          % Un esempio, per x^2 con x = 0,1,2,3
```

Grafici Cartesiani

Disegnate, per $x \in [-4, 4]$ le seguenti funzioni:

$$(1) \quad x^2 - x \qquad (2) \quad \frac{1}{1 + |x|}$$

$$(3) \quad \frac{1}{1 + e^{-x}} \qquad (4) \quad \frac{1}{x|x|}$$

Prima di disegnarle, cercate di intuire se sono:

- Continue
- Derivabili (senza "spigoli")
- Concave/convesse (eventualmente)

E quindi verificatelo visivamente