Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio: Posizionamento di una Pompa

Esercizio: Posizionamento di una Pompa

Si deve posizionare una pompa su una condotta:

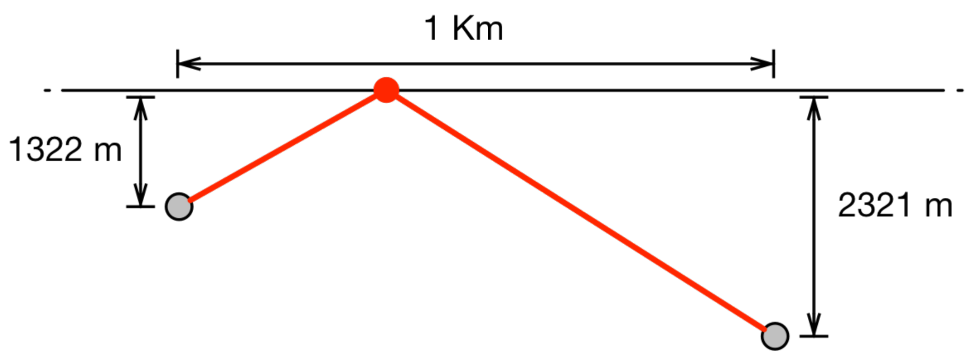
- La pompa deve servire due utenze
- La prima utenza si trova a $1322\ m$ dalla condotta
- La seconda utenza si trova a $2131\ m$ dalla condotta
- La seconda utenza è $1\ Km$ a valle della prima

Le due utenze verranno servite:

- Costruendo delle condotte <u>rettilinee</u>…
- …Che connettono la pompa alle utenze

Vogliamo determinare la posizione ottimale della pompa

Esercizio: Posizionamento di una Pompa



La distanza totale della pompa dalle due utenze è data da:

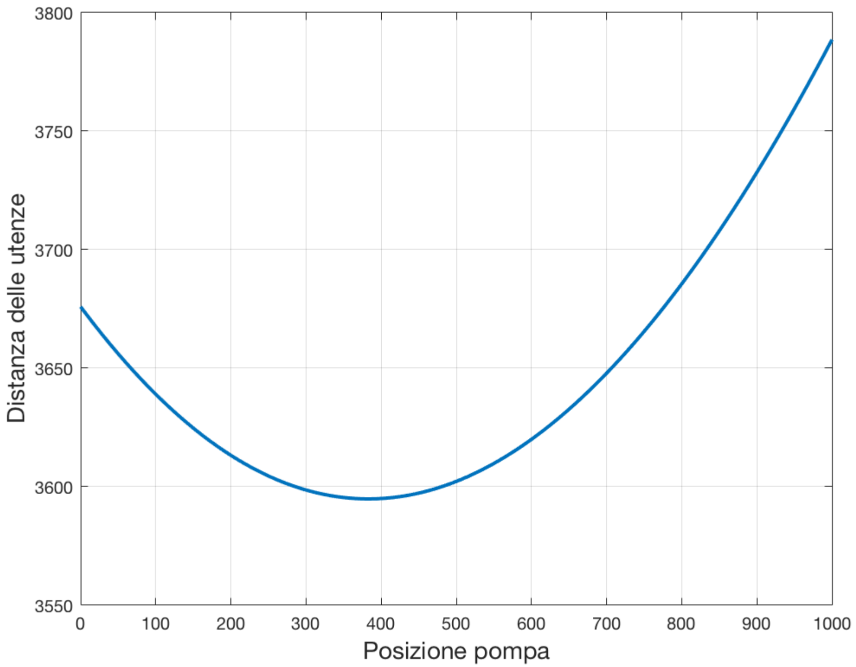
$$dist(a) = \sqrt{(x_0 - a)^2 + y_0^2} + \sqrt{(x_1 - a)^2 + y_1^2}$$

- Dove a è la posizione orizzontale della pompa
- x_0 , x_1 , y_0 , y_1 sono le posizioni orizzonatali e verticali delle utenze
- Si assume che per la condotta ha $y = 0$

Esercizio: Posizionamento di una Pompa

La posizione ottimale è quella che minimizza la distanza

- Disegnando l'andamento di $dist(a)$ in funzione di a…
- …Possiamo notare che c'è un solo minimo



Esercizio: Posizionamento di una Pompa

In corrispondenza del minimo la derivata di `dist(a)` si annulla:

La derivata può essere calcolata in forma analitica ed è data da:

$$\frac{d\,dist(a)}{d\,a} = -\frac{x_0 - a}{\sqrt{(x_0 - a)^2 + y_0^2}} - \frac{x_1 - a}{\sqrt{(x_1 - a)^2 + y_1^2}}$$

Possiamo così calcolare il minimo risolvendo:

$$\frac{d\,dist(a)}{d\,a} = 0$$

Il file `es_pump_location.m` contiene i dati del problema

- Si calcoli il valore di a che minimizza la distanza

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio: Equilibri per
il Modello di Crescita Logistica

Esercizio: Equilibri per Crescita Logistica

Si consideri il modello di Crescita Logistica:

$$x^{(k+1)} = rx^{(k)}\left(1 - \frac{x^{(k)}}{N}\right)$$

Si tratta di un altro modello per l'evoluzione di una popolazione

- $x^{(k)}$ è il numero individui al passo k-mo
- r è un tasso di crescita
- N è il massimo valore della popolazione sostenibile

Il file `es_logi_eq.m` nello start-kit contiene un simulatore

- Vogliamo provare a determinare lo stato di equilibrio...
- ...Risolvendo una equazione non lineare

Esercizio: Equilibri per Crescita Logistica

Estendete il codice in `es_logi_eq.m`

Costruite opportunamento la funzione da azzerare

- Disegnate l'andamento della funzione...
- ...Così da individuare visivamente la posizione degli zeri
- Se volete, utilizzate la funzione `plot_target_function`

Trovate lo zero con `fzero` o `fsolve`

- Verificate anche i valori restituiti di `fval` e `flag`

Provate a variare il valore di partenza x_0

- Osservate se viene trovato uno zero diverso

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio: Crescita Logistica: Caso Preda-Predatore

Esercizio: Crescita Logistica: Preda-Predatore

Si consideri questo modello preda-predatore visto a lezione:

$$H^{(t+1)} = \overbrace{r\left(1 - \frac{H^{(t)}}{k}\right)H^{(t)}}^{\text{crescita logistica}} - \overbrace{s\,H^{(t)}P^{(t)}}^{\text{prede eliminate}}$$

$$P^{(t+1)} = \underbrace{u\,P^{(t)}}_{\text{calo in assenza di prede}} + v\underbrace{\left(s\,H^{(t)}P^{(t)}\right)}_{\text{prede eliminate}}$$

- H è il numero di prede e P quello di predatori
- k è la massima popolazione di prede sostenibile
- s è la frazione di $H^{(t)}$ che un predatore può "mangiare"
- $u < 1$ è il ritmo di scomparsa dei predatori in assenza di prede
- v è il "bonus riproduttivo" per ogni preda "mangiata"

Esercizio: Crescita Logistica: Preda-Predatore

Il file `es_logi_pp_eq.m` contiene un simulatore:

- Si estenda il codice così da determinare un punto di equilibrio…
- …Risolvendo un sistema di equazioni non lineari

Il punto di partenza x_0 sarà in questo caso un vettore:

- Conterrà il numero iniziale di prede e predatori
- Per tentativi, trovate un x_0 tale che la soluzione trovata…
- …coincida con lo stato stabile raggiunto dalla simulazione

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio: Equazione di Dodge-Metzner

Esercizio: Dodge-Metzner

Consideriamo un fluido di potenza (dilatante o pseudoplastico)

- Se il fluido è in moto turbolento, il fattore di attrito f in una condotta
- ...è definito dalla seguente relazione (Dodge-Metzner):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4}{n^{0.75}} \log\left(Re_{pl} f^{\,1-n/2}\right) - \frac{0.4}{n^{1.2}}$$

- Dove n è un parametro che caratterizza il fluido
- Re_{pl} è un numero di Reynolds modificato

Vogliamo utilizzare la relazione per calcolare il valore di f

Si supponga che i valori di Re_{pl} e n siano noti

Esercizio: Dodge-Metzner

Il file `es_dodge_metzner.m` contiene i dati del problema

- Definite nel file una funzione ausiliaria:

```
function z = dodge_metzner(f, n, Re_pl)
```

- La funzione deve essere utilizzabile in `fzero` o `fsolve`...
- ...Una volta nascosti alcuni i parametri con una funzione anonima
- Si disegni l'andamento della funzione da azzerare
- Si determini il valore di f con `fzero` o `fsolve`

In un secondo momento:

- Si assuma che f valga 0.0020 ...
- ...E si determini il valore corrispondente di n

Elementi di Informatica e Applicazioni Numeriche T

Esercizio: Equazione di Buckingham-Reiner

Esercizio: Buckingham-Reiner

Consideriamo un fluido di Bingham

- Se il fluido è in moto laminare, il fattore di attrito f in una condotta
- ...è definito dalla seguente relazione (Buckingham-Reiner):

$$f = \frac{64}{Re}\left(1 + \frac{1}{6}\frac{He}{Re} - \frac{64}{3}\frac{He^4}{f^3 Re^7}\right)$$

- Dove He è il numero di Hedstrom
- E Re è il numero di Reynolds

Vogliamo utilizzare la relazione per calcolare il valore di f

Si supponga che i valori di Re e He siano noti

Esercizio: Buckingham-Reiner

Il file `es_buckingham_reiner.m` contiene i dati del problema

- Definite nel file una funzione ausiliaria:

```
function z = buckingham_reiner(f, Re, He)
```

- La funzione deve essere utilizzabile in `fzero` o `fsolve`...
- ...Una volta nascosti alcuni i parametri con una funzione anonima
- Si disegni l'andamento della funzione da azzerare
- Si determini il valore di f con `fzero` o `fsolve`

Attenzione: Per $f = 0$ l'equazione perde senso fisico!

- Scegliete il range per il disegno di conseguenza
- Conviene usare più dei 100 punti che `linspace` usa di default