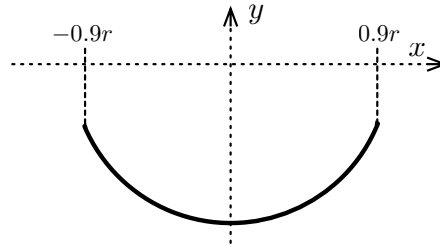


Prova Pratica - LABINFO-T - Turno 1

Contesto

Si vuole analizzare e dimensionare una rampa da snowboard. La rampa ha una sezione descritta da un arco di circonferenza, come riportato in figura:



Nel sistema di riferimento utilizzato nella figura, la sezione della rampa è descritta dalla curva parametrica:

$$F(x) = (x, \phi(x))$$

Dove:

$$\phi(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$$

Il raggio r della rampa è noto, e gli estremi si trovano in posizione $-0.9r$ e $0.9r$.

Quesito 1

Vogliamo analizzare la posizione e la velocità di uno snowboarder con una massa di 70 Kg sulla rampa. Si assuma che l'unica forza non trascurabile sia quella di gravità. Formalmente, lo stato dello snowboarder può essere descritto in termini della coordinata x della sua posizione e della sua velocità tangenziale. Con questa convenzione, il moto è definito dalle equazioni differenziali:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \frac{1}{\|\tau\|} \\ \dot{v} &= \frac{1}{m} F_g\end{aligned}$$

Dove x è la coordinata x della posizione, v è la velocità tangenziale e $\|\tau\|$ è la norma del vettore tangente alla curva, data da:

$$\|\tau\| = \sqrt{1 + \phi'(x)^2}$$

Con

$$\phi'(x) = \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

Il termine F_g è la proiezione della forza di gravità sulla direzione della velocità tangenziale ed è dato da:

$$F_g = -gm \frac{\phi'(x)}{\|\tau\|}$$

Si risolva una ODE per determinare l'andamento della velocità e della posizione per 3 secondi, assumendo che lo snowboarder parta da fermo dall'estremo sinistro della rampa. Si disegni su due figure diverse l'andamento delle due grandezze.

Quesito 2

Sulla base dei risultati del quesito 1, si determinino:

- La velocità massima
 - La posizione (coordinata x) dopo 1 secondo
 - La strada percorsa in un secondo, vale a dire la lunghezza del tratto di curva dalla posizione x iniziale a quella raggiunta in un 1 secondo.
-

Quesito 3

Si definisca una funzione

```
function vmax = vmax_with_r(g, r, m)
```

Che, dati i valori dell'accelerazione di gravità g , il raggio della sezione della rampa r e la massa m dello snowboarder, calcoli il valore della velocità massima. Per il calcolo si facciano le stesse assunzioni del Q2 sullo stato iniziale e sull'orizzonte da simulare.

Si utilizzi la funzione per determinare il raggio che la rampa dovrebbe avere perché la velocità massima raggiunta sia di 8 m/s.

Quesito 4

Si definisca una funzione

```
function [X] = my_euler(f, Ti, x0)
```

Che implementi il metodo di Eulero per la soluzione di ODE, dati:

- Una funzione $f(t, x)$ che calcoli la derivata dello stato come vettore colonna (i.e. lo stesso tipo di funzione richiesto da `ode45`)
- Un vettore T_i con gli istanti di tempo che devono essere visitati dall'algoritmo
- Lo stato iniziale x_0

L'algoritmo deve restituire una matrice X le cui righe contengono lo stato relativo ad ognuno degli istanti di tempo in T_i . Poiché gli istanti di tempo da visitare sono predeterminati, non c'è bisogno di restituirli insieme allo stato.

Si utilizzi la funzione per determinare di nuovo l'andamento dello stato dello snowboarder. Come vettore T_i si utilizzi quello con gli istanti di tempo visitati al Q1. Si disegni l'andamento della velocità calcolato in questo modo e lo si confronti con quello del Q1, disegnando le due curve sulla stessa figura.

Le slides e le soluzioni degli esercizi del corso sono consultabili su:

<http://www.lia.disi.unibo.it/Staff/MicheleLombardi/LabInfo1617/>