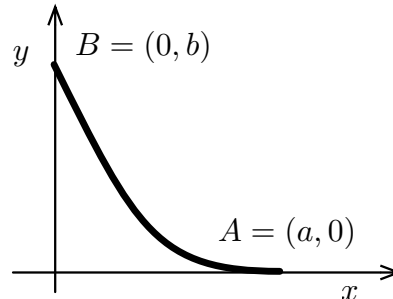


# Prova Pratica - Tema A

## Contesto

Si vuole analizzare il funzionamento della rampa di accesso ad un giro della morte in un impianto di montagne russe, all'interno di un parco attrazioni.



La rampa collega due punti B ed A con coordinate note ed ha un forma parabolica, in cui la coordinata  $y$  è definita dall'equazione:

$$y = \frac{b}{a^2}x^2 - 2\frac{b}{a}x + b$$

I valori di  $a$  e  $b$ , insieme agli altri dati del problema, sono disponibili nello start-kit.

## Quesito 1

Il comportamento del carrello trasportatore sulla rampa può essere caratterizzato in termini della sua posizione e velocità, entrambe rappresentabili come vettori bidimensionali. Poiché la traiettoria del carrello è vincolata, però:

- È sufficiente tenere conto di una coordinata della posizione, per esempio  $x$
- È sufficiente tenere conto della velocità tangenziale (rappresentabile con uno scalare)

Con queste convenzioni, l'andamento del carrello è definito dalle equazioni:

$$\dot{x} = v \frac{1}{\|\vec{\tau}\|}$$

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \left\langle \vec{g}, \frac{\vec{\tau}}{\|\vec{\tau}\|} \right\rangle$$

Dove  $x$  è la posizione (solo la coordinata orizzontale),  $m$  è la massa del carrello,  $\vec{\tau}$  è il vettore tangente della curva e  $\vec{g}$  è il vettore che rappresenta la forza di gravità. La notazione  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  rappresenta il prodotto scalare di due vettori. Intuitivamente,  $\dot{v}$  è influenzata dall'accelerazione tangenziale (i.e. dalla proiezione di  $\vec{g}$  sul versore tangente), mentre  $\dot{x}$  è influenzata dalla componente  $x$  della velocità tangenziale. I vettori  $\vec{\tau}$  e  $\vec{g}$  sono dati da:

$$\vec{\tau} = \left( 1, \quad 2\frac{b}{a^2}x - 2\frac{b}{a} \right)$$

$$\vec{g} = \left( 0, \quad -mg \right)$$

Dove  $g$  è l'accelerazione di gravità. Si definisca una funzione:

```
function [t, x, v] = sim_cart(tspan, x0, a, b, g, m)
```

Che determini l'andamento della posizione e della velocità del carrello nel tempo.

Si utilizzi la funzione per ottenere l'andamento del carrello per 20 secondi, assumendo che esso inizialmente sia nella posizione B e abbia velocità nulla. Si disegni poi l'andamento della posizione nel tempo.

---

## Quesito 2

Vogliamo determinare la velocità del carrello nel momento in cui attraversa il punto A: poiché nei primi 20 secondi tale punto viene attraversato diverse volte, non è possibile ricavare il valore desiderato utilizzando la funzione `interp1` di Matlab direttamente (l'approssimazione lineare a tratti non è invertibile). Procediamo quindi per passi più semplici.

Innanzitutto, in riferimento ai vettori di tempo, posizione e velocità ottenuti risolvendo la ODE del quesito Q1, si determini il primo indice per cui la posizione è maggiore del valore  $a$  (i.e. la coordinata  $x$  del punto A). Sia questo indice denominato `last`.

Quindi, restringendo la ricerca alle porzioni dei vettori che precedono l'indice `last`, si utilizzi `interp1` per determinare:

- L'istante di tempo in cui viene raggiunto il punto A
  - La velocità corrispondente
- 

## Quesito 3

Si determini la posizione iniziale del carrello (coordinata  $x$ ) perché la velocità nel punto A sia pari al valore  $v_{min}$  necessario perché il carrello completi il giro della morte.

A tal fine, si definisca e si sfrutti una funzione:

```
function va = speed_at_a(tspan, x0, a, b, g, m)
```

Che calcoli la velocità del carrello nel punto A, date le informazioni sul problema.

NOTA: occorrerà assumere che la coordinata  $x$  del carrello possa avere un valore negativo, i.e. che il carrello parta da prima del punto B.

---

## Quesito 4

Si definisca una funzione

```
function [x, fval] = my_bisection(f, x0, x1)
```

Che implementi il metodo della bisezione, dati:

- Una funzione (scalare) da azzerare  $f$
- Due punti  $x_0$  e  $x_1$  per cui  $f$  ha segno opposto

L'algoritmo deve procedere aggiornando i valori di  $x_0$  e  $x_1$  e terminare quando la distanza tra i due è minore o uguale a  $\tau = 10^{-6}$ .

La funzione deve restituire l'ultimo valore di  $x$  visitato ed il valore  $f(x)$  corrispondente.

Si utilizzi la funzione per rispondere di nuovo al quesito Q3 e si verifichi (per visualizzazione) che i due risultati ottenuti siano approssimativamente identici.

---

Le slides e le soluzioni degli esercizi del corso sono consultabili su:

<http://www.lia.disi.unibo.it/Staff/MicheleLombardi/LabInfo1617/>