

Prova Pratica - Tema A

Contesto

Una meteora di forma sferica è in caduta verticale verso la Terra ed ha appena raggiunto la mesosfera. La meteora è soggetta alla forza di gravità, data da (si assume che un asse cartesiano orientato verso l'alto):

$$F_g = -mg$$

Dove m è la massa e g è l'accelerazione di gravità nella mesosfera. Per semplicità si assume che g sia costante. La massa della meteora è invece una quantità variabile, perché (per via della frizione con l'atmosfera) il suo raggio decresce ad un ritmo proporzionale alla velocità. Abbiamo dunque:

$$\dot{r} = b_r |v|$$
$$m = \rho_m \frac{4}{3} \pi r^3$$

Dove ρ_m è la densità della meteora. La forza di trascinamento dovuta all'attrito con l'aria è invece data da:

$$F_t = -\frac{1}{2} \rho_a C_d S v |v|$$

Dove ρ_a è la densità dell'aria (approssimativamente costante), C_d è il coefficiente di attrito, v è la velocità di caduta. S è la superficie della sezione, anch'essa dipendente dal valore corrente del raggio. In particolare, vale:

$$S = \pi r^2$$

Tutti i dati del problema sono disponibili nello start-kit.

Quesito 1

Si definisca una funzione

```
function [t, x, v, r] = sim_meteor(tspan, x0, rhoA, rhoM, Cd, g, br)
```

Che, date le informazioni sul problema, risolva una ODE per determinare lo stato della meteora nella sua discesa. In particolare, la funzione deve restituire il vettore t con gli istanti di tempo visitati, ed i vettori x , v , r con i valori corrispondenti della posizione (altitudine), velocità e raggio.

Si utilizzi la funzione per determinare l'andamento dello stato per 3 secondi, assumendo che la posizione e la velocità iniziale siano date da valori noti v_0 e d_0 (disponibili nello start-kit). Disegnare quindi l'andamento nel tempo del raggio.

Quesito 2

Si determini l'istante di tempo per cui il raggio del meteorite si annulla (i.e. il meteorite è completamente consumato). Si determini il valore di altitudine corrispondente.

Quindi, si disegni l'andamento della velocità fino al momento in cui il raggio si annulla.

Quesito 3

Si determini quale raggio dovrebbe avere il meteorite per scomparire ad una altitudine d_1 , corrispondente all'entrata nella stratosfera.

A tal fine, si definisca e si sfrutti una funzione:

```
function xstop = find_xstop(tspan, x0, rhoA, rhoM, Cd, g, br)
```

Che, date le informazioni necessarie, calcoli la quota a cui la meteora si consuma.

Quesito 4

Si definisca una funzione

```
function [X, num_fval] = my_euler(f, Ti, x0)
```

Che implementi il metodo di Eulero per la soluzione di ODE, dati:

- Una funzione $f(t, x)$ che calcoli la derivata dello stato come vettore colonna (i.e. lo stesso tipo di funzione richiesto da `ode45`)
- Un vettore T_i con gli istanti di tempo che devono essere visitati dall'algoritmo
- Lo stato iniziale x_0

L'algoritmo deve restituire una matrice X le cui righe contengono lo stato relativo ad ognuno degli istanti di tempo in T_i . Poiché gli istanti di tempo da visitare sono predeterminati, non c'è bisogno di restituirli insieme allo stato.

Si utilizzi la funzione per determinare di nuovo l'andamento dello stato del meteorite. Come vettore T_i si utilizzi quello con gli istanti di tempo visitati al Q1. Si disegni l'andamento del raggio calcolato in questo modo e lo si confronti con quello del Q1, disegnando le due curve sulla stessa figura.

Le slides e le soluzioni degli esercizi del corso sono consultabili su:

<http://www.lia.disi.unibo.it/Staff/MicheleLombardi/LabInfo1617/>